применений положение. Исследователи стали заниматься изучением плоских и сферических треугольников самих по себе. Большое значение приобрели теперь различные решения задач на определение по трем элементам треугольника (сторонам и углам) остальных элементов его. Одним из первых шагов в этом направлении было установление теоремы о пропорциональности в сферическом треугольнике синусов сторон синусам противолежащих углов, теоремы, автором которой был, может быть, Абуль Вафа или один из его современников.

Общий итог работ арабов в этом направлении дан нам в одном сочинении Нассир Эддина по плоской и сферической тригонометрии, ставшим известным в Европе по французскому переводу только в последнее время. Его название: „Трактат о четыреугольнике" объясняется тем, что исходным пунктом всего труда является полный четыреугольник Менелая.

Для нас нет интереса останавливаться на вопросах плоской тригонометрии, а также на способах решения множества главных задач сферической тригонометрии. Так, вышецитированная теорема о синусах выводится в общем случае легко из частного случая прямоугольного треугольника: для этого надо треугольник разделить на два прямоугольных треугольника. Поэтому мы ограничимся лишь тем, что покажем, как Нассир Эддин решает некоторые более трудные задачи.

В сферическом треугольнике ABC (фиг. 29, где угол B уже не является прямым), стороны a, b и c которого даны, он определяет угол A следующим образом: он продолжает AB и AC до $AF=90^\circ$ и $AE=90^\circ$, потом он проводит полный четыреугольник $ABCDEF$; тогда теорема Менелая или же правило четырех величин дают:

$$\frac{\sin BD}{\sin CD}=\frac{\sin BF}{\sin CE}=\frac{\cos c}{\cos b}.$$

Так как, кроме того, известна разность a дуг BD и CD, то посредством правила, бывшего известным уже Птолемею (стр. 157), можно вычислить эти дуги. Имея это, знают гипотенузы и по одной стороне в каждом из обоих прямоугольных треугольников DBF и DCE, что дает возможность определить DF и DE, а также и их разность, т. е. угол A.

Но еще более замечателен способ, каким Нассир Эддин определяет по трем углам стороны: задачу эту он решает, как и мы в настоящее время, приведя ее к предыдущей посредством построения *полярного* или *дополнительного* к данному треугольника, т. е. треугольника, стороны которого имеют полюсами вершины данного треугольника. Как известно, в этом случае каждая вершина одного треугольника есть полюс некоторой стороны другого, а углы первого являются дополнениями сторон другого. Труд Нассир Эддина доказывает, что теорема эта, впоследствии вновь найденная европейцами, была впервые открыта арабами.